

Eesti koolinoorte LIII täppisteaduste olümpiaad

MATEMAATIKA KOOLIVOOR

Tallinnas, 2. detsembril 2005. a.

X klass

Lahendamiseks on aega 4 tundi.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

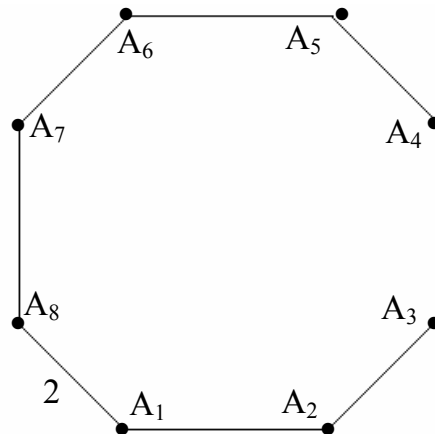
1. Lihtsusta avaldis $\frac{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc}{a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac}$.

2. Kui raamatu leheküljel iga rida lühendada 3 tähe võrra ja seejärel ridade arvu vähendada 2 võrra, siis tähtede arv leheküljel väheneb 145 võrra. Kui aga rida pikendada 4 tähe võrra ja ridade arvu suurendada 3 võrra, siis tähtede arv leheküljel suureneb 224 võrra? Mitu rida on leheküljel ja mitu tähte on reas?

3. Leia kõik sellised järjestikuste naturaalarvude nelikud a, b, c ja d , mille korral kehtib seaduspära $a^3 + b^3 + c^3 = d^3$.

4. Leia kaheksanurga $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8$ pindala, kui tema kõik sisenurgad on võrdsed ning küljed on vaheldumisi pikkustega 3 ja 2.

3



5. Tabelis on 4 rida ja 11 veergu. On teada, et 33 ruutu on sinised, ülejäänud aga kollased. Tõesta, et leidub alati kaks ühesuguselt värvitud veergu (st. neis veergudes on sama rea ruudud sama värvi).